

Varianta 74

SUBIECTUL I

- a) $CD = 4\sqrt{2}$.
- b) $E = 1 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
- c) $E(1, -1)$ nu aparține dreptei.
- d) Punctul M este mijlocul segmentului $(AB) \Rightarrow M(1, 3)$.
- e) $S_{MNP} = 1$.
- f) $x = 1$ și $y = -1$.

SUBIECTUL II

1.
 - a) $e = -3$.
 - b) $G_f \cap Ox = \{A(1, 0), B(5, 0)\}$.
 - c) $x_1 + x_2 = 0$.
 - d) $T_2 = C_{10}^1 2^9 (3\sqrt{2})$.
 - e) $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
2.
 - a) $f'(x) = \frac{1}{x^2}$.
 - b) $x = 0$ este asimptotă verticală bilaterală.
 - c) $f'(-1) = 1$.
 - d) $y = 5$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$.
 - e) $\int_1^2 f(x) dx = 5 - \ln 2$.

SUBIECTUL III

- a) Calcul direct.
- b) $(x \circ y) \circ z \stackrel{a)}{=} (3(x+1)(y+1)-1) \circ z \stackrel{a)}{=} 9(x+1)(y+1)(z+1)-1$
 $x \circ (y \circ z) = x \circ (3(y+1)(z+1)-1) = 9(x+1)(y+1)(z+1)-1 \Rightarrow$
 $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}.$
- c) $x \circ (-1) \stackrel{a)}{=} 3(x+1)(-1+1)-1 = -1 \forall x \in \mathbf{R}.$

- d) $x \circ e = x \Leftrightarrow 3(x+1)(e+1) - 1 = x \Leftrightarrow e = -\frac{2}{3}$.
- e) $x \in \mathbf{R}$ este simetrizabil $\Leftrightarrow \exists x' \in \mathbf{R}$ astfel încât: $x \circ x' = x' \circ x = e \Leftrightarrow$
 $3(x+1)(x'+1) - 1 = 3(x'+1)(x+1) - 1 = -\frac{2}{3}$. Pentru $x \neq -1 \Rightarrow x' = \frac{1}{9(x+1)} - 1 \in \mathbf{R}$
 $\Rightarrow U(\mathbf{R}, \circ) = \mathbf{R} \setminus \{-1\}$.
- f) $x \circ y = -1 \stackrel{a)}{\Rightarrow} 3(x+1)(y+1) = 0 \Rightarrow x = -1$ sau $y = -1$.
- g) Pentru $n=1$ relația este adevărată.
 Presupunem relația adevărată pentru $k \in \mathbf{N}^*$ și demonstrăm pentru $k+1$.
 $a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_{k+1} = (a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_k) \circ a_{k+1} = [3^{k-1}(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_k+1) - 1] \circ a_{k+1} =$
 $= 3^k(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_{k+1}+1) - 1$. De unde $P(n)$ este (A), $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV

- a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$, $x \in (2, \infty)$.
- b) $\int g(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + C$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = \frac{1}{4}$.
- d) $h'(x) = \frac{\sqrt{x-2} - \frac{x-1}{2\sqrt{x-2}}}{x-2} = \frac{x-3}{2\sqrt{x-2}(x-2)}$. $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
- e) $h'(x) > 0, \forall x > 3 \Rightarrow h$ este strict crescătoare pe $(3, \infty)$.
- f) $g(x) \geq 2f(x) \Leftrightarrow x-1 \geq 2\sqrt{x-2} \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 4(x-2) \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0$.
- g) $S_f = \int_3^4 g(x)dx = \left. \frac{x^2}{2} - x \right|_3^4 = \frac{5}{2}$.